

Geschichten der Kryptographie

- WebMontag Erfurt -

Dr. Sascha Grau

Technische Universität Ilmenau

23. September 2013



Kryp·to·gra·phie

(altgr. $kryptós$ ‚verborgen‘, ‚geheim‘ und $gráphein$ ‚schreiben‘)

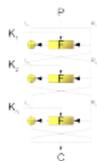
Wissenschaft der Verschlüsselung von Informationen



Überblick



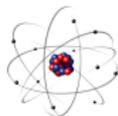
1 Klassische symmetrische Kryptographie



2 Blockchiffren, S-Boxen & die NSA

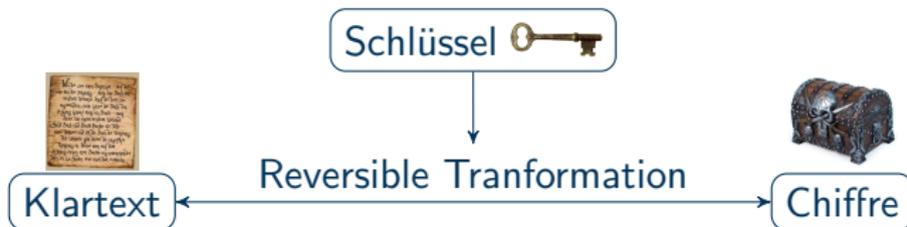


3 Clifford Cocks & die Public-Key Kryptographie



4 Peter Shor & Kryptographie mit Quantencomputern

Grundlagen Symmetrischer Kryptographie



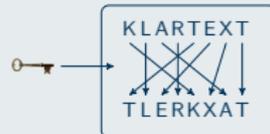
Typische Transformationen

- Permutation (Umordnung)

- ▶ Schlüssel definiert Umordnung der Klartext-Symbole
- ▶ Klassisches Beispiele: Skytale 404 v. Chr.

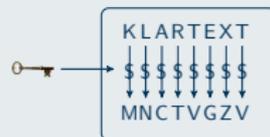


404 v. Chr.



- Substitution (Ersetzung)

- ▶ Schlüssel definiert Ersetzung der Klartext-Symbole



Substitutionschiffren und Alphabete

- Substitution entspricht *Umstellung des Alphabets*
- Beispiel: Caesar-Chiffre
 - ▶ Schlüssel ist 'Verschiebung' des Alphabets

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$	\$
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B

- ▶ *mono-alphabetischer* Ansatz: Problem Buchstabenhäufigkeiten
- *homophone* Substitution

- ▶ Häufigkeitsausgleich durch *Alphabetenerweiterung*

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z						
↙	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘						
Y	D	E	I	H	W	J	P	L	G	N	K	Z	Q	R	S	U	B	V	F	O	X	A	M	α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ

- ▶ Problem: Häufigkeit von Buchstabentupeln, bekannte Textpassagen

Polyalphabetische Substitution

Prinzip

Verwendung mehrerer Zielalphabete, abhängig
z.B. von Schlüssel, Klartextposition und Klartext

Beispiel: Vigenère-Verschlüsselung

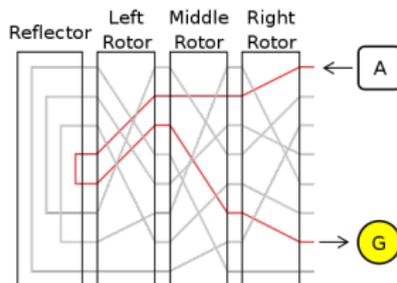
- Schlüsselbuchstaben definieren
Alphabetverschiebung (Caesar)
- Probleme:
 - ▶ zyklische Wiederholungen des Schlüssel
(Abhilfe *Autokey*)
 - ▶ Buchstabenhäufigkeiten zu gleichem
Schlüsselsymbol
 - ▶ wiederholt zusammenfallende
Buchstabentupel

	W	E	B	M	O	N	T	A	G
A	K	E	Y	K	E	Y	K	E	Y
B	L	F	Z	L	F	Z	L	F	Z
C	M	G	A	M	G	A	M	G	A
D	N	H	B	N	H	B	N	H	B
E	O	I	C	O	I	C	O	I	C
F	P	J	D	P	J	D	P	J	D
G	Q	K	E	Q	K	E	Q	K	E
H	R	L	F	R	L	F	R	L	F
I	S	M	G	S	M	G	S	M	G
J	T	N	H	T	N	H	T	N	H
K	U	O	I	U	O	I	U	O	I
L	V	P	J	V	P	J	V	P	J
M	W	Q	K	W	Q	K	W	Q	K
N	X	R	L	X	R	L	X	R	L
O	Y	S	M	Y	S	M	Y	S	M
P	Z	T	N	Z	T	N	Z	T	N
Q	A	U	O	A	U	O	A	U	O
R	B	V	P	B	V	P	B	V	P
S	C	W	Q	C	W	Q	C	W	Q
T	D	X	R	D	X	R	D	X	R
U	E	Y	S	E	Y	S	E	Y	S
V	F	Z	T	F	Z	T	F	Z	T
W	G	A	U	G	A	U	G	A	U
X	H	B	V	H	B	V	H	B	V
Y	I	C	W	I	C	W	I	C	W
Z	J	D	X	J	D	X	J	D	X
	G	I	Z	W	S	L	D	E	E

Polyalphabetische Substitution - Enigma



- Eingabe: Schreibmaschinentastatur
- Schlüssel: Steckbrett + Walzentyp, -position & -drehung
- Ausgabe: Lampenfeld



- jede Eingabe dreht Walzen weiter
 → neues Alphabet

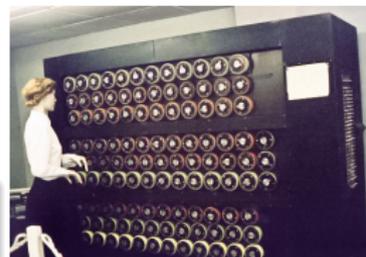
Enigma - Kryptoanalyse

- 1932 | Marian Rejewski (Polen) kauft & analysiert Enigma-Vorgänger
- 1939 | Übergabe aller Informationen an britische Kryptographen
- 1940 | Automatisierte Angriffe mittels *Turing-Bomben*



Angriff zweistufig

- 1 Analyse: Steckbretteinfluss entfernbar
→ mgl. Schlüsselanzahl schrumpft *drastisch*
- 2 Durchprobieren aller Walzenstellungen



Folgen: Tagesschlüssel noch vormittags bekannt

Perfekte Sicherheit

Idee

Für *jeden* Geheimtext ist unter Annahme zufällig erzeugter Schlüssel *jeder* Klartext gleich wahrscheinlich.

- Schlüssel 'durchprobieren' wird sinnlos
- Beispiel: One-Time-Pad mit XOR

Chiffre	Schlüssel	Klartext
010101	010101	000000
	010100	000001
	010111	000010
	010110	000011
	⋮	⋮

XOR

⊕	0	1
0	0	1
1	1	0

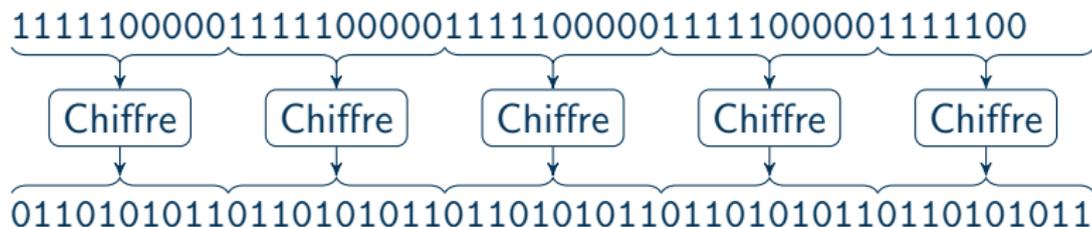
- Voraussetzung: Schlüssellänge \geq Textlänge
- Prob.: Wiederverwendung offenbart Klartextkomb.

$$(p_1 \oplus k) \oplus (p_2 \oplus k) = p_1 \oplus p_2$$



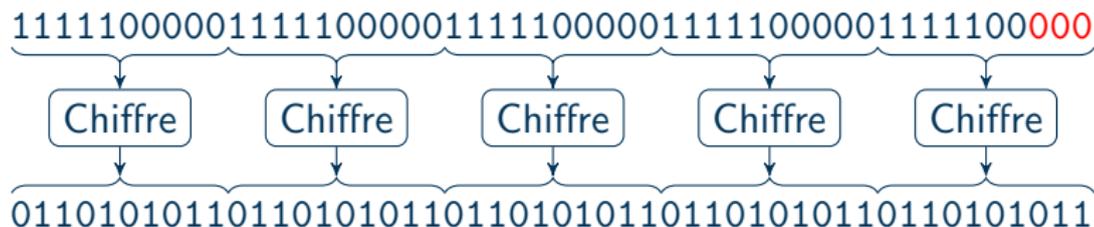
Blockchiffren

- Datenrepräsentation im Rechner: Binärstrings variabler Länge
- Idee: Aufteilung in Blöcke fester Länge



Blockchiffren

- Datenrepräsentation im Rechner: Binärstrings variabler Länge
- Idee: Aufteilung in Blöcke fester Länge

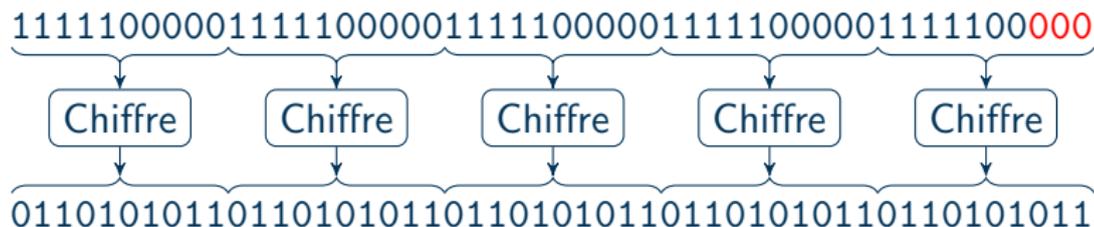


Verarbeitung von Bitstrings bedingt zus. Maßnahmen:

- “Auffüllen” (Padding) nötig

Blockchiffren

- Datenrepräsentation im Rechner: Binärstrings variabler Länge
- Idee: Aufteilung in Blöcke fester Länge



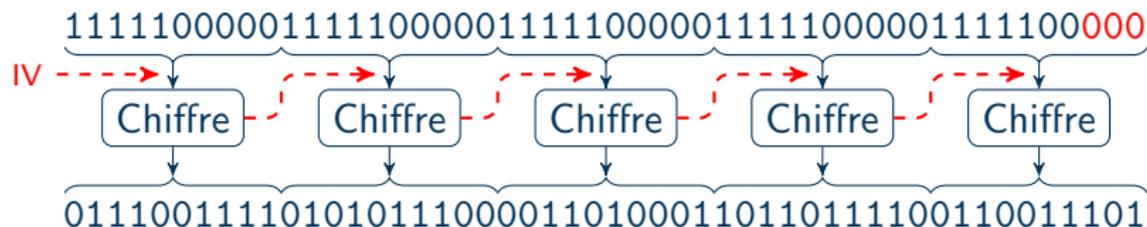
Verarbeitung von Bitstrings bedingt zus. Maßnahmen:

- "Auffüllen" (Padding) nötig
- Festlegung eines Blockmodus (ECB,CBC,CTR,...)



Blockchiffren

- Datenrepräsentation im Rechner: Binärstrings variabler Länge
- Idee: Aufteilung in Blöcke fester Länge



Verarbeitung von Bitstrings bedingt zus. Maßnahmen:

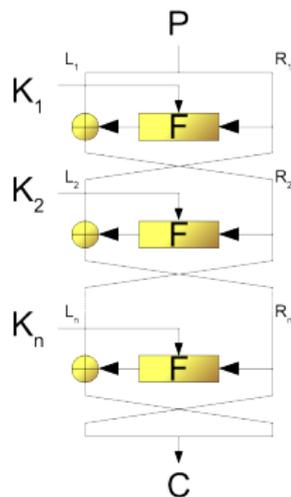
- “Auffüllen” (Padding) nötig
- Festlegung eines Blockmodus (ECB,CBC,CTR,...)



Blockchiffren

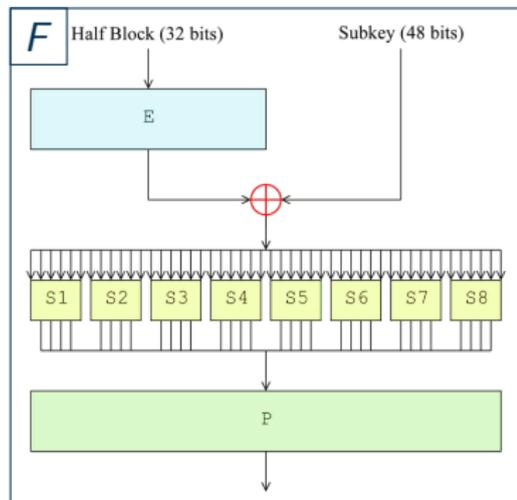
Feistel-Chiffre (1971, IBM-Projekt "Lucifer")

- generischer Blockchiffre
- rundenweiser Ablauf
- je Runde **Permutations-, Substitutions- und Kombinationschritt**
- Eigenschaften abh. von **Rundenfunktion F** unter Einfluss von **Rundenschlüssel**
- Entschl. ist Verschl. mit vert. Rundenschlüsseln
- Prototyp vieler moderner Blockchiffren:
DES, Tiple-DES, Blowfish, Twofish



Beispiel: Data Encryption Standard (DES) (1975)

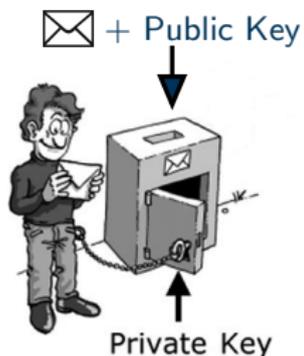
- 16 Runden Feistel-Chiffre mit Permutation zu Beginn und Ende
- F enthält fixe Expansion, Substitution (S-Boxen) und Permutation
- NSA-Einfluss auf Standardisierung:
 - ▶ 56-Bit Schlüssel
 - ▶ S-Boxen stabil gegen differentielle Kryptoanalyse (1994)
- abgelöst durch: Triple-DES, AES



S1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	14	4	13	1	2	15	11	8	3	10	6	12	5	9	0	7
1	0	15	7	4	14	2	13	1	10	6	12	11	9	5	3	8
2	4	1	14	8	13	6	2	11	15	12	9	7	3	10	5	0
3	15	12	8	2	4	9	1	7	5	11	3	14	10	0	6	13

111111 (above column 15)
 111111 (to the left of row 3)
 1101 (below row 3, column 15)

Public-Key Kryptographie / Asymmetrische Kryptographie



- kein paarweiser Austausch *geheimer* Schlüssel
- Schlüssel *identitätsgebunden*
- öffentlicher Schlüssel zum **Verschlüsseln**,
privater Schlüssel zum **Entschlüsseln**

Verwendung scheinbarer Einwegfunktion

- Verschlüsselung ist einfache Transformation
- ohne privaten Schlüssel entspricht Entschlüsselung
notorisch schwerem mathematischem Problem
- privater Schlüssel zeigt **Hintertür**

'Schwere' Probleme

Informatiker teilen Probleme in Klassen ein.

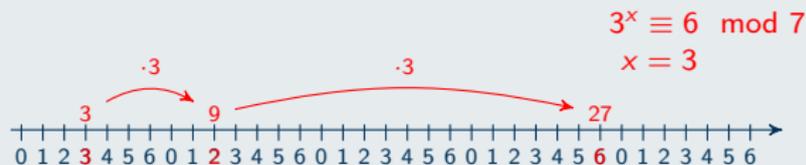
Geeignet sind *NP-schwere* Probleme, aber auch:

Faktorisierung

Für $n \in \mathbb{N}$ finde Primzahlen p_1, \dots, p_z
mit $n = p_1 \cdot \dots \cdot p_z$.

Bsp.: $140 = 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

Diskreter Logarithmus



Für $g, n, t \in \mathbb{N}$ finde x mit $g^x \equiv t \pmod{n}$.

vermutlich nicht effizient lösbar

effizient lösbar

⋮
NP-schwere
Probleme

Faktorisierung
Diskr. Logarithmus

P-schwere
Probleme

RSA

Das RSA-Verfahren

- Wähle $p, q \in \mathbb{N}$ prim, groß, mit Abstand
- Ergebnis $n = p \cdot q$ und $\phi(n) = (p - 1) \cdot (q - 1)$
- Wähle e mit $\text{ggT}(e, \phi(n)) = 1$, berechne d mit $e \cdot d \equiv 1 \pmod{\phi(n)}$.
- **Public Key** (e, n) , **Private Key** (d, n)
- **Verschl.** $c \equiv m^e \pmod{n}$, **Entschl.** $m \equiv c^d \pmod{n}$

- Clifford Cocks (GCHQ) 1973
(1997 deklassifiziert)
- Rivest, Shamir, Adleman (MIT) 1977
später *RSA Security Inc.*, Wert 2.1 Mrd. \$

Sicherheit basiert auf Schwierigkeit von **Faktorisierung** und **diskretem Logarithmus**.



Neue Möglichkeiten durch Quantencomputer (1)

Quantencomputer

- Q-Bits speichern 0 **und** 1 je mit bestimmter Wahrscheinlichkeit
- Traum: Verarbeitung aller $2^{\text{Anzahl Q-Bits}}$ Registerzustände gleichzeitig (allerdings nicht erreichbar)
- verschiedene physische Realisierung

D-Wave



- 512 Q-Bits (*nicht universell einsetzbar*)
- ab 10.000.000\$
- Stickstoff-Kühlung, 10m × 10m-Grundfläche
- Kunden: Google, NASA, Lockheed Martin



“Existenz funkt. Quantencomputers kann vorausgesetzt werden”

Neue Möglichkeiten durch Quantencomputer (2)



BigBangTheory S01E13

Gablehouser: How does a quantum computer factor large numbers. (*Buzz*) PMS?

Leslie Winkle: Shor's Algorithm.

Shors Algorithmus

- *effizienter* Faktorisierungsalgorithmus
- Entwurf 1995 für (damals hypothetische) Quantencomputer
- 2012: erfolgreiche Faktorisierung von $21 = 3 \cdot 7$



Plötzlich werden Faktorisierung und verwandte Probleme *effizient* lösbar.

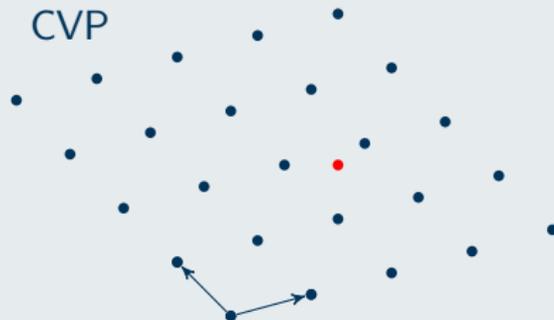
**Aber wir haben RSA und viele andere Schemata darauf aufgebaut?!
Was nun?**

Kryptographie im Zeitalter von Quantencomputern

- NP-schwere Probleme bleiben schwer (falls $P \neq NP$)
- Umstellung auf Konstruktionen aufbauend auf NP-schweren Problemen (erstaunlich schwierig)
- heiße Kandidaten:

Verbandsbasierte (lattice-based) Krypto

CVP



Quantencomputer: effizient lösbar

weiterhin schwer

⋮

NP-schwere
Probleme

Faktorisierung

Diskr. Logarithmus

P-schwere
Probleme

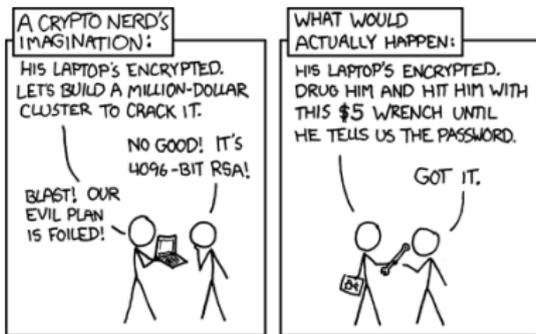
Ein paar Worte zum Schluss

- Zugangsmgl. der NSA liegen **nicht** an krypt. Verfahren
- Schwächung der Verschlüsselung durch Fortschritte bei Rechentechnik **moderat**
- **Eigentliche Probleme liegen in der Infrastruktur**
 - ▶ Hintertüren und Programmfehler in Software-Implementierungen
 - ▶ Weiternutzung bekannt unsicherer Verfahren (häufig kein DH im SSL)
 - ▶ Schlechte Zufallszahlen (Android, Debians OpenSSL)
 - ▶ Zu viele, zu unsichere und zu marktorientierte CAs



$$(g^a)^b \pmod p$$





Es bleibt spannend!